

ZMP の 3 次元的操作による可捕性規範凹凸地面上二脚運動制御

○杉原知道 (Preferred Networks) カロン ステファン (ANYbotics)

1. はじめに

二脚ロボットを実用する上で、高低差のある地形を移動する機能は必須である。限られた足場で着地点を選び、転倒を避けながら重心を制御する方法が求められる。梶田ら [1] はその先駆的な研究において、凹凸地形に合わせて上下動を伴う重心の運動と支持足の切り替えを適切に連動させる歩行制御法を提案した。その際、重心運動を直線上に拘束することで導かれた線形な倒立振り子の力学系を用いて、議論を簡明にした。

重心を滑らかに上下動するよう振る舞わせるためには非線形な力学系を扱うことが必須である、というのが後の通説となった。上記の線形力学系における係数が、一般的には鉛直方向の加速度を含むからである。これに対し、鉛直方向運動を先に計画することで線形時変力学系とする方法 [2, 3, 4, 5], 重心運動をある空間多様体上に拘束する方法 [6, 7, 8], 上記の係数を制御量に含める方法 [9] 等が提案されている。倒立振り子との類似性を用いず接触力を操作量として扱う方法 [10] もある。

一方 Engelsberger ら [11] は、上記の線形な力学系の一般解軌道は直線に限らないことを示した。すなわち系の発散成分が直線状に運動することのみが解軌道の性質であり、重心はそれに追従するよう滑らかに運動する。さらに、倒立振り子の支点到相当する ZMP (Zero-Moment Point) [12] を鉛直にオフセットした VRP (Virtual Repellent Point) に置き換え、重心の水平・鉛直方向の運動を統一的に扱う方法が用いられた。

一歩期間中に ZMP を動的操作することによって、ロボットの機動性を高めることができる。筆者ら [13] は、ZMP を軸足 (次の支持足) に漸近させつつ踏み出し足着地時の可捕性 [14] を満たすように操作し、様々な外乱に耐えながら移動する制御法を提案した。ただし重心上下動の影響は無視していた。本稿ではまず、鉛直方向にも ZMP の操作自由度を設けることで、上下動を含む一般的な重心運動を線形力学系で表現できることを示す。その上で、上記の制御法を 3 次元的な重心上下動を伴う凹凸地形移動に適用可能な形に拡張する。

2. 3次元重心-ZMP モデル

二脚ロボットの重心および重心まわり慣性に関する運動方程式は次のように表せる。

$$m(\ddot{\mathbf{p}}_G + \mathbf{g}) = \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{h}}_{AG} = (\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_Z) \times \mathbf{f} + \mathbf{n}_Z \quad (2)$$

ただし m はロボット質量、 $\mathbf{p}_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T$ は重心位置、 \mathbf{h}_{AG} は重心まわり角運動量、 $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ g]^T$ は重力加速度ベクトル、 $\mathbf{p}_Z = [x_Z \ y_Z \ z_Z]^T$ は ZMP 位置、 \mathbf{f} はロボットに作用する全外力、 \mathbf{n}_Z はロボットに作用する

ZMP まわり全外トルクである。ZMP の定義より、

$$\mathbf{g} \times \mathbf{n}_Z = \mathbf{0} \quad (3)$$

が満たされる。 $\mathbf{g} \times \dot{\mathbf{h}}_{AG} \simeq \mathbf{0}$ と近似すれば、式 (1) ~ (3) より次式を得る。

$$\mathbf{g} \times \{(\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_Z) \times (\ddot{\mathbf{p}}_G + \mathbf{g})\} = \mathbf{0} \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\mathbf{p}}_G + \mathbf{g} = \zeta^2(\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_Z) \quad (5)$$

ただし、 ζ は次のように定義した。

$$\zeta \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{\mathbf{g}^T(\ddot{\mathbf{p}}_G + \mathbf{g})}{\mathbf{g}^T(\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_Z)}} = \sqrt{\frac{\ddot{z}_G + g}{z_G - z_Z}} \quad (6)$$

重心が鉛直下方から押す力のみを受けるならば $\mathbf{g}^T \mathbf{f} \geq 0$ かつ $\mathbf{g}^T(\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_Z) > 0$ が仮定されるので、このようにおける。3 本の方程式のうち独立なものは 2 本のみであることに注意されたい。

梶田ら [1] が示したのは次の事柄である。重心運動が、ZMP 直上のある点 $\mathbf{p}_Z + (h/g)\mathbf{g}$ (h は正の定数) を通り法線ベクトル $\boldsymbol{\nu}$ である平面上に拘束されているならば、

$$\boldsymbol{\nu}^T(\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_Z - (h/g)\mathbf{g}) = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\nu}^T \ddot{\mathbf{p}}_G = 0 \quad (7)$$

なので、式 (5) の両辺に左から $\boldsymbol{\nu}^T$ を掛ければ

$$\boldsymbol{\nu}^T \mathbf{g} = \zeta^2 \boldsymbol{\nu}^T (h/g)\mathbf{g} \Leftrightarrow \zeta = \sqrt{g/h} \quad (8)$$

すなわち ζ は定数となる。Engelsberger ら [11] は逆に、 ζ が定数であるときに式 (5) を満たす \mathbf{p}_G がどのように振る舞うかを調べた。点 \mathbf{p}_C を

$$\mathbf{p}_C \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{p}_G + \dot{\mathbf{p}}_G / \zeta \quad (9)$$

で定義すると、次式が成り立つ。

$$\dot{\mathbf{p}}_C = \zeta(\mathbf{p}_C - \mathbf{p}_R) \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_G = -\zeta(\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_C) \quad (11)$$

ただし、 \mathbf{p}_R は VRP と呼ばれ、

$$\mathbf{p}_R \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{p}_Z + \mathbf{g} / \zeta^2 = \mathbf{p}_Z + h\hat{\mathbf{g}} \quad (12)$$

と定義される。この場合、 h はノミナルな重心高さを意味する。また、 $\hat{\mathbf{g}} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{g} / \|\mathbf{g}\|$ は鉛直上向き単位ベクトルである。上式より、 \mathbf{p}_C は \mathbf{p}_R から直線的に遠ざかるように時間発展するが、 \mathbf{p}_G はその \mathbf{p}_C に収束するように運動し、必ずしも直線や平面上に拘束されないことが分かる。 \mathbf{p}_C は発散成分 [15] あるいは捕点 [14] の 3 次元拡張であることが分かっている*1。

*1 後者の解釈の方が正しいというのが筆者らの考えである

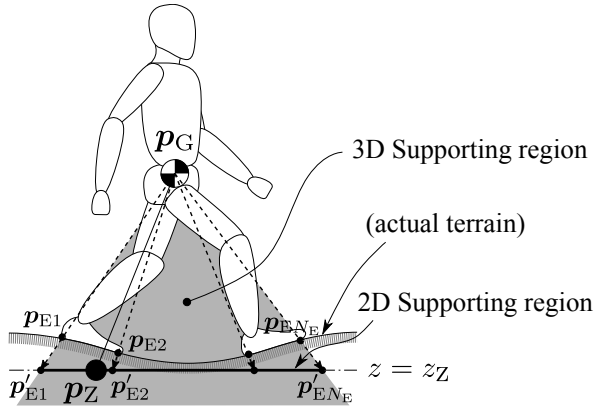


図1 重心-ZMP モデルと3次元支持領域

さて、上述した通り式 (5) には独立な式が2本含まれる。残る1自由度は式 (6) に埋め込まれた鉛直方向の運動であり、重心高さ $z_G - z_Z$ と鉛直方向重心加速度 $\ddot{z}_G + g$ の比を意味する ζ^2 が対応する操作量となる。ところで z_Z は地面の高さだが、実際の地形とは無関係にノミナルな値として定義可能である。このこと自体は北川ら [16] や Engelsberger ら [11] も指摘している*2。ある鉛直方向重心加速度 a_{Gz} を発生させる z_Z と ζ は

$$\zeta^2(z_G - z_Z) = a_{Gz0} + g \quad (13)$$

を満たす。このような組は任意の a_{Gz} に対して一般的に無数にある。従来多くの研究 [2, 5, 7, 8, 9] では、 z_Z を既知とした上で所望の加速度を与える ζ の決め方を議論していた。このため水平方向運動と鉛直方向運動が干渉する非線形な力学系を考える必要があった。一方 z_Z を操作量に含めるならば、 ζ を既知定数とした力学系によって一般的な重心運動を表現できることが分かる。

ZMP を考えることの利点は、接触力の非負条件、すなわち地面に引っ張られる方向には接触力は発生しないという条件を、接触点群の凸包（支持領域）内に ZMP が取まるという幾何学的条件で置き換えられることである。ZMP の鉛直方向成分も操作量に加えたことで、支持領域もそれに対応する領域に拡張する必要がある。Sugihara ら [17] は、接触点群 $\{p_{E_k}\}$ ($k = 1, \dots, N_E$, N_E は接触点の数) をノミナルな水平面（仮想水平面）上の点群 $\{p'_{E_k}\}$ ($k = 1, \dots, N_E$) に写像し、その凸包を以て支持領域とする方法を提案した。これと同様に発想すれば、ノミナル高さを操作量に含めたときの ZMP が存在し得る領域は図1の灰色領域になり、次式で表せる。

$$S_Z = \left\{ p_Z \mid p_Z = p_G + \sum_{k=1}^{N_E} \gamma_k (p_{E_k} - p_G), \forall \gamma_k \geq 0 \right\} \quad (14)$$

これを改めて支持領域と呼ぼう。なお、静止摩擦制約まで考慮した拡張方法が Caron ら [18] に示されている。

3. 3次元可捕性にに基づく着地点誘導型制御

筆者ら [13] の提案した着地点誘導型制御は、

*2 Engelsberger ら [11] は、 z_Z を可変とした ZMP を enhanced Centroidal Moment Pivot (eCMP) と呼んだ。筆者らはこのような特別な名前を与える必要は無いと考える。

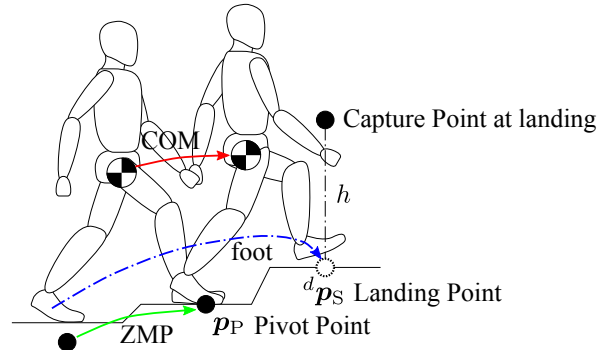


図2 ZMP の3次元操作を伴う着地点誘導型制御

1. ZMP を軸足に漸近させることおよび踏み出し足着地時の可捕性 [14] を満たすことのみ規範とし、詳細な参照運動軌道の計画を必要としない
2. ZMP を制御量ではなく操作量とするため加速度の観測を必要としない
3. 軸足位置、目標着地位置および現在重心状態から ZMP 操作量を求める式が解析的に得られるので、短周期でのフィードバック制御に利用できる

という特長を持つ。これは ZMP の目標位置を決める最適化問題を次のように再定式化することで、直接的に3次元に拡張できる。

$$\frac{1}{2} \int_t^T \|p_Z - p_P\|^2 dt \rightarrow \min. \quad (QP)$$

$$\text{s.t. Eq. (5), } p_C(T) = {}^d p_S + h\hat{g} \text{ and } p_Z \in S_Z$$

ただし、 T は着地時刻、 p_P は軸点（軸足内のある代表点）位置、 ${}^d p_S$ は目標着地位置である。図2に示すように、評価関数は ZMP を軸点に漸近させる意図を、等式制約条件は着地時の捕点を目標着地位置に一致させる意図をそれぞれ表している。問題 (QP) の解 $p_Z = p_Z^*$ に実際の ZMP を一致させ、かつ ZMP の遷移に足の踏み出し運動が整合するようロボット全身を制御する。

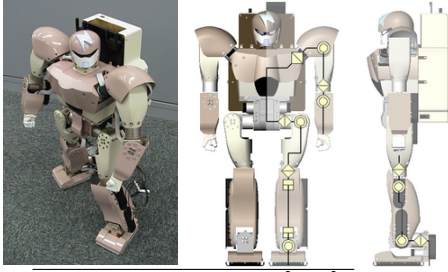
ZMP が支持領域に含まれるという制約条件をいったん除外すれば、問題 (QP) の解は $t < T$ において次のように状態フィードバックの形で解析的に得られる。

$$p_Z^\dagger = p_P + \frac{2 \{ p_C - p_P - h\hat{g} - e^{-\zeta(T-t)} ({}^d p_S - p_P) \}}{1 - e^{-2\zeta(T-t)}} \quad (15)$$

前報 [13] では、上記の解の支持領域内最近傍点でこれを置き換えて p_Z^* としていた。本稿でもこの方法を採用する。次のように、接触点群 $\{p_{E_k}\}$ ($k = 1, \dots, N_E$) を p_Z^\dagger と鉛直高さが同じ水平面上に写像する。

$$p'_{E_k} = p_G + \frac{g^T (p_Z^\dagger - p_G)}{g^T (p_{E_k} - p_G)} (p_{E_k} - p_G) \quad (16)$$

$\{p'_{E_k}\}$ の凸包上の p_Z^\dagger の最近傍点を p_Z^* とする。GJK 法 [19] を用いれば、凸包を陽に計算することなくこれを行える。踏み出し足の運動制御においては目標 ZMP が軸足裏内に入ったか否かを判定する必要があるが、これも GJK 法で行える。



Height:	580 [mm]
Weight:	6.5 [kg]
Num. of Joints:	20
(arms)	4 × 2
(legs)	6 × 2

図3 mightyの外観と関節配置

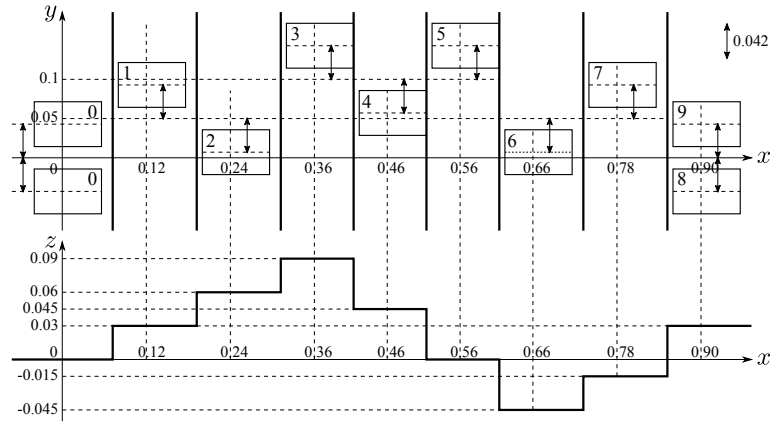


図4 テスト地形と着地位置列

4. シミュレーション

図3に示す小型人型ロボットmighty[20]に図4の着地位置列を追従させるシミュレーションを行い、提案方法を検証した。毎歩0.5秒かけて踏み出し、その際、前の一步の踏み出し足着地位置を次の一步の軸足位置として与えた。さらに、最後の一步の着地0.3秒後に両足中心点を捕点とするよう制御した。簡単のため、ロボット身体の質量分布を無視したモデルを用い、ノミナル重心高さは $h = 0.28$ [m]とした。比較のために、前報[13]の方法を用いたシミュレーションも行った。目標ZMPの鉛直方向成分は軸足高さとも一致するよう与え、重心鉛直運動は、次の最適化問題を解くことで加速度を決定した。

$$\frac{1}{2} \int_t^T u_z^2 dt \rightarrow \min. \quad (\text{QP2})$$

s.t. $\ddot{z}_G = u_z$, $z_G(T) = d_{z_G}$ and $u_z \geq -g$

ただし d_{z_G} は目標重心高さである。不等式制約条件を除けば、次の状態フィードバックの形で解が得られる。

$$u_z = \frac{6}{T-t} \left(\frac{d_{z_G} - z_G}{T-t} - \frac{2}{3} \dot{z}_G \right) \quad (17)$$

また目標ZMP水平成分は、式(15)において ζ を $\sqrt{g/h}$ で置き換えて求めた。いずれの方法においても、目標ZMPを等価な目標重心加速度に変換し、それを全関節運動に分解する制御アーキテクチャを用いた。後者の方法においては目標ZMPを決める際に鉛直方向重心加速度を無視しているため、元の最適化問題の解が期待する加速度と上記の等価目標加速度との間に差異が生じる。

結果の重心、ZMP、捕点、左右足軌跡を図5、6に示す。図中、赤実線が重心、緑鎖線がZMP、青破線が捕点、橙点線が両足軌跡、灰色がZMPと同一鉛直高さにある支持領域をそれぞれ表している。ZMPの飽和は最後の両足支持期における制動動作の初期に起こっている。いずれの方法でも踏破に成功しているが、ZMP軌跡に明らかな違いが見られる。提案方法ではZMPが毎歩軸点に漸近している一方で、前報の方法では各歩の終盤で逆に軸点から遠ざかっている。ZMPの軸点への漸近収束は、軸足の切り替えと安定な踏み出しを成功させる要件であるので、この性質を損ねない提案方法の方がより好ましいと言える。

5. おわりに

操作量としてのZMPに鉛直方向自由度を与えることで、上下動を含む一般的な重心運動を線形力学系で表現できることを示した。線形倒立振り子による近似は重心の鉛直方向自由度を損ねる、という通説はこれにより払拭される。この表現に基づいて、地面上に定義された従来の平面的支持領域および筆者らの開発した可捕性に基づく着地点誘導型制御を、凹凸地面上の移動に適用可能な形に拡張した。本方法は実時間での実装に有利な性質を幾つか持つので、頻繁に摂動を受けながら複雑地形上を踏破する必要のある応用に活用されると期待する。

本研究は、科学研究費補助金基盤研究(B)(課題番号: #18H03310)の支援を受けた。

参考文献

- [1] 梶田秀司, 谷和男. 凹凸路面における動的2足歩行の制御について - 線形倒立振り子モードの導出とその応用 -. 計測自動制御学会論文集, Vol. 27, No. 2, pp. 177-184, 1991.
- [2] K. Terada and Y. Kuniyoshi. Online gait planning with dynamical 3D-symmetrization method. In *Proceedings of the 2007 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 222-227, 2007.
- [3] 西脇光一, 加賀美聡. ヒューマノイド歩行における将来の運動学的制約を考慮した腰高さ軌道のオンライン設計. 第28回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 2010.
- [4] M. A. Hopkins, D. W. Hong, and A. Leonessa. Humanoid Locomotion on Uneven Terrain Using the Time-Varying Divergent Component of Motion. In *Proceedings of the 2014 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 266-272, 2014.
- [5] K. Van Heerden. Real-time variable center of mass height trajectory planning for humanoids robots. *IEEE Robotics and Automation Letters*, Vol. 2, pp. 135-142, 2016.
- [6] M. Morisawa, S. Kajita, K. Kaneko, K. Harada, F. Kanehiro, K. Fujiwara, and H. Hirukawa. Pattern generation of biped walking constrained on parametric surface. In *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2405-2410, 2005.

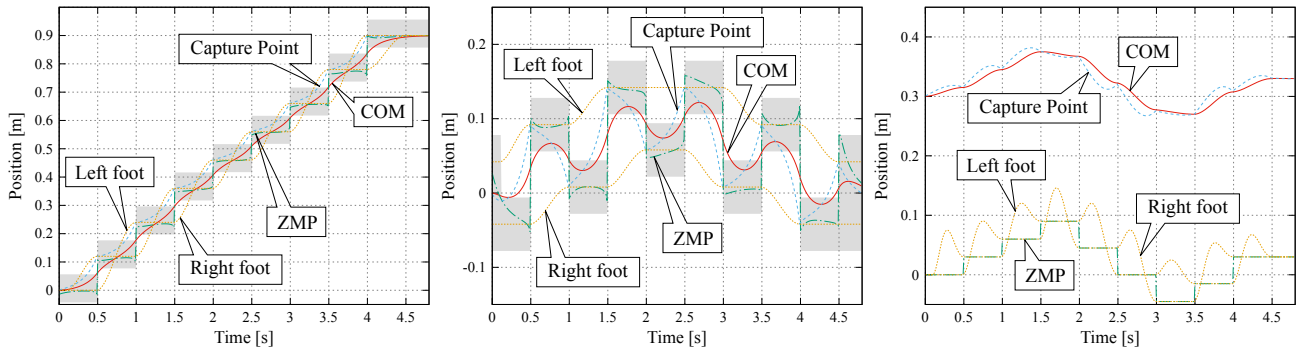


図5 シミュレーション結果 (ZMP 高さ固定) の重心・ZMP・捕点軌跡 (左から x , y , z 成分)

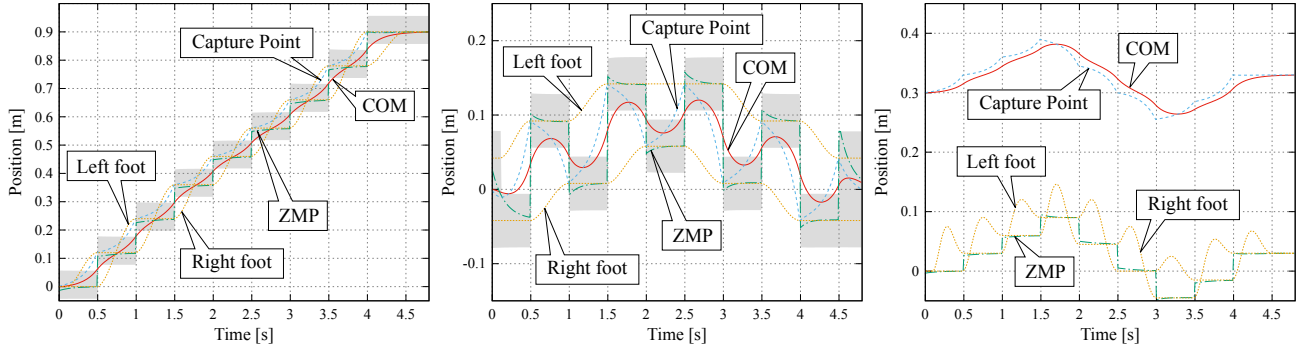


図6 シミュレーション結果 (3次元 ZMP 操作) の重心・ZMP・捕点軌跡 (左から x , y , z 成分)

- [7] T. Koolen, M. Posa, and R. Tedrake. Balance control using center of mass height variation: Limitations imposed by unilateral contact. In *Proceedings of the 2016 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 8–15, 2016.
- [8] B. J. Van Hofslot, R. Griffin, S. Bertrand, and J. Pratt. Balancing using vertical center-of-mass motion: A 2-D analysis from model to robot. *IEEE Robotics and Automation Letters*, Vol. 4, No. 4, pp. 3247–3254, 2019.
- [9] S. Caron, A. Escande, L. Lanari, and B. Mallein. Capturability-Based Pattern Generation for Walking With Variable Height. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 36, pp. 517–536, 2019.
- [10] 長阪憲一郎, 福島哲治, 下村秀樹. 接触拘束を考慮可能なマルチコンタクト対応スタビライザと一般化逆動力学による人型ロボットの全身制御. 第17回ロボティクスシンポジウム予稿集, pp. 134–141, 2012.
- [11] J. Engelsberger, C. Ott, and A. Albu-Schäffer. Three-Dimensional Bipedal Walking Control Based on Divergent Component of Motion. *IEEE Trans. on Robotics*, Vol. 31, No. 2, pp. 355–368, 2015.
- [12] M. Vukobratović and J. Stepanenko. On the Stability of Anthropomorphic Systems. *Mathematical Biosciences*, Vol. 15, No. 1, pp. 1–37, 1972.
- [13] T. Sugihara and T. Yamamoto. Foot-guided Control of a Biped Robot That Guarantees Standing Stability at Landing. In *Proc. of 2017 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4546–4551, 2017.
- [14] T. Koolen, T. de Boer, J. Rebula, A. Goswami, and J. Pratt. Capturability-based analysis and control of legged locomotion, Part 1: Theory and application to three simple gait models. *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 31, pp. 1094–1113, 2012.
- [15] T. Takenaka, T. Matsumoto, and T. Yoshiike. Real Time Motion Generation and Control for Biped Robot – 1st Report: Walking Gait Pattern Generation –. In *Proceedings of 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1084–1091, 2009.
- [16] 北川知伸, 長阪憲一郎, 西脇光一, 稲葉雅幸, 井上博允. 遺伝的アルゴリズムを用いた人間型ロボットの脚腕協調動的起立動作の生成. 第17回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 1191–1192, 1999.
- [17] T. Sugihara, Y. Nakamura, and H. Inoue. Realtime Humanoid Motion Generation through ZMP Manipulation based on Inverted Pendulum Control. In *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1404–1409, 2002.
- [18] Stéphane Caron, Quang-Cuong Pham, and Yoshihiko Nakamura. ZMP Support Areas for Multi-contact Mobility Under Frictional Constraints. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 33, No. 1, pp. 67–80, 2017.
- [19] E. G. Gilbert, D. W. Johnson, and S. S. Keerthi. A Fast Procedure for Computing the Distance Between Complex Objects in Three-Dimensional Space. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 4, No. 2, pp. 193–203, 1988.
- [20] T. Sugihara, K. Yamamoto, and Y. Nakamura. Hardware design of high performance miniature anthropomorphic robots. *Robotics and Autonomous System*, Vol. 56, pp. 82–94, 2007.